

## Определение необходимого количества аналогов при заданном числе ценообразующих факторов для целей оценки недвижимости методами корреляционно-регрессионного анализа

**Н.И. Гладких**

директор департамента оценки и экспертизы ООО «Антей-Эксперт», эксперт НП «СРО оценщиков «Экспертный совет», судебный эксперт, доцент, кандидат экономических наук (г. Челябинск)

**В.В. Кузнецова**

директор ООО «Антей-Эксперт» (г. Челябинск)

Наталья Ивановна Гладких, antey\_expert@mail.ru

В связи с повышением требований к качеству проведения оценочных работ, ответственности за результаты оценки в последние годы, а также в связи с достаточно жестким государственным регулированием оценочной деятельности (причем при существующем разночтении федеральных стандартов оценки) от субъектов оценочной деятельности (как оценщиков, так и экспертов) требуется более *строгая доказательность результатов оценки*. Авторы настоящей статьи являются приверженцами статистической теории оценивания и считают, что наиболее доказательными являются расчеты, основанные на результатах построения статистических моделей. По нашему мнению, корректное и грамотное (в том числе экономически) применение в оценке статистических методов в конечном итоге приводит к *более обоснованным результатам*, чем расчеты, полученные с применением неформализованного подхода, формируемого на субъективном уровне.

В настоящее время эта тема особенно актуальна, поскольку законодательно закреплены обязательное публичное размещение отчетов об оценке кадастровой стоимости и принятие замечаний по ним в сжатые сроки (20 дней). При проведении государственной кадастровой оценки (далее – ГКО) в соответствии со статьей 24.15 Федерального закона от 29 июля 1998 года № 135-ФЗ «Об оценочной деятельности в Российской Федерации» (в редакции Федерального закона от 21 июля 2014 года № 225-ФЗ) в целях обеспечения возможности ознакомления с проектом отчета об определении кадастровой стоимости и представления замечаний к нему орган, осуществляющий функции по проведению ГКО, в течение трех рабочих дней с даты получения такого проекта отчета включает его в фонд данных ГКО на двадцать рабочих дней. В течение указанного времени любые заинтересованные лица могут включить в фонд данных ГКО замечания к проекту отчета об определении кадастровой стоимости.

При проведении последней ГКО земельных участков категории «земли населенных пунктов» в Челябинской области многие землепользователи были заинтересованы в представлении замечаний к проекту отчета, опубликованному в сентябре 2015 года. Чаще всего ни один штатный специалист даже самого крупного предприятия не может сформулировать грамотные и существенные замечания, так как специфика массовой кадастровой оценки – использование большого набора статистического инструментария, не доступного и не понятного ни юристам, ни бухгалтерам, ни экономистам. В связи с тем,

что собственники и арендаторы земельных участков не обладают специальными познаниями, они обращаются к оценщикам и экспертам, владеющим аппаратом корреляционно-регрессионного анализа (далее – КРА), ведь на 90 процентов проверка отчета – это проверка расчетных моделей и входной информации для их построения на адекватность, соответствие рынку, логику и правильность математических расчетов.

Также актуальность рассматриваемого вопроса обусловлена укреплением позиций статистики в оценочной деятельности. Все большее число оценщиков и судебных экспертов становятся приверженцами статистической теории оценивания и активно используют в том числе аппарат КРА для определения рыночной стоимости объектов недвижимости, расчета величины корректировок по тому или иному факторному признаку, установления динамики цен на рынке недвижимости и т. д. Регрессионный анализ широко используется в зарубежной оценочной практике и признается надлежащим экспертным свидетельством судебными системами, например в США<sup>1</sup>. А в сентябре 2014 года метод регрессионного анализа закреплен в качестве количественного метода оценки недвижимости в российской практике (п. 22 ФСО № 7 «Оценка недвижимости»).

Определение рыночной стоимости объекта как *наиболее вероятной цены продажи* отражает стохастическую природу рынка недвижимости, действующего под влиянием множества факторов, часть из которых с математической точки зрения может и должна рассматриваться как *случайные величины*, формирующие цены, и в итоге – результирующий показатель (рыночную стоимость). Все это делает *возможным и необходимым* проведение оценки, основанной на принципах статистического анализа.

Как российскими, так и зарубежными авторами написаны учебники, научные статьи, на которые не одно десятилетие будут ссылаться оценщики всего мира (например Л. Зак «Статистическое оценивание», Дж. К. Эккерт «Организация оценки и налогообложение недвижимости», Н. Смит, Н. Дрейпер «Прикладной регрессионный анализ», Джей Б. Абрамс «Количественная оценка бизнеса. Математический подход для современных профессионалов», С. А. Сивец «Статистические методы в оценке недвижимости и бизнеса», С. А. Сивец, И.А. Левыкина «Эконометрическое моделирование в оценке недвижимости», С.В. Грибовский, С.А. Сивец, И.А. Левыкина «Математические методы оценки стоимости имущества»).

Авторами настоящей статьи проанализированы более тысячи математических моделей, построенных оценщиками (в том числе при проведении массовой кадастровой оценки) и экспертами для расчета корректировок или определения стоимости объектов недвижимости за последние два года. К сожалению, примерно 90 процентов рассмотренных моделей либо не соответствуют рынку, либо не имеют экономического смысла, либо статистически незначимы. При этом оценщиками на базе таких неадекватных по тому или иному критерию моделей рассчитывается рыночная стоимость объектов недвижимости, что приводит к искажению результатов расчета. Таким образом, *неграмотное использование* КРА не повышает, а существенно снижает качество и достоверность оценки, искажает рассчитанную стоимость. Все это является *следствием непонимания* большинством оценщиков и экспертов основ КРА.

Самое главное в оценке недвижимости с использованием инструментов КРА – построить адекватную<sup>2</sup> многофакторную математическую модель, по которой можно с определенной точностью спрогнозировать стоимость.

<sup>1</sup> Колвелл П. Ф., Хеллер Д. А., Трефзгер Д. В. Экспертные свидетельства: регрессионный анализ и другие систематические методы // Вопросы оценки. 2014. № 03 (77).

<sup>2</sup> Адекватность математической модели – это соответствие модели рассматриваемому сегменту (подсегменту) рынка.

Для этого, *во-первых*, необходимо, чтобы выборка аналогов была однородной, то есть относилась к одному сегменту (подсегменту) рынка, набор ценообразующих факторов был единым, а характер влияния каждого фактора на стоимость был единообразным для всех аналогов и объекта оценки<sup>3</sup>.

*Во-вторых*, должна быть проведена грамотная оцифровка (количественная оценка) качественных признаков<sup>4</sup>, а также количественных факторов, нелинейно влияющих на стоимость.

*В-третьих*, коэффициенты при ценообразующих факторах построенного уравнения регрессии должны отражать направленность влияния фактора на стоимость объекта недвижимости, то есть оцененные параметры должны согласовываться с экономической теорией. Например, при аддитивной модели факторы, повышающие стоимость, должны иметь положительные коэффициенты, а факторы, понижающие стоимость, – отрицательные. Так, коэффициент при факторе «расстояние до центра города» должен быть отрицательным, так как чем дальше от центра расположен объект, тем ниже его стоимость. Кроме того, экономическим гипотезам должен отвечать и вид зависимостей стоимости от каждого из влияющих факторов.

*В-четвертых*, все существенные ценообразующие факторы должны быть включены в модель.

Например, при описании оценки кадастровой стоимости земель промышленности Свердловской области в качестве главного фактора, определяющего стоимость земельных участков третьей группы (объекты придорожного сервиса), оценщиками справедливо выбран класс «дороги» (дороги федерального, регионального или межмуниципального значения), чем интенсивнее движение транспортных средств на прилегающей к земельному участку трассе, тем дороже 1 квадратный метр земли. Однако в дальнейших расчетах фактор «класс дороги» не учтен. При расчете удельного показателя стоимости (р./кв. м) земельных участков третьей группы оценщиками заложены в модель следующие ценообразующие факторы:

- площадь земельного участка;
- численность населения в муниципальном районе;
- расстояние до центра субъекта.

Таким образом, уже на этапе спецификации модели оценщики допустили грубую ошибку – не учли в уравнении регрессии существенный ценообразующий фактор – класс дороги, интенсивность движения автомобильного транспорта.

В результате допущенной ошибки рассчитанная стоимость 1 квадратного метра эталонного земельного участка, расположенного на федеральной трассе с высокой интенсивностью движения, оказалась примерно в 2,2 раза ниже, чем удельная стоимость эталонного земельного участка, находящегося на небольшой местной автодороге.

Теория регрессионного анализа требует учесть все существенные факторы и допускает учет нескольких несущественных, если количество аналогов позволяет это сделать. То есть при соблюдении всех перечисленных условий мы должны получить значимое уравнение регрессии при определенном количестве аналогов, превышающем количество факторных признаков.

<sup>3</sup> Анисимова И. Н., Баринов Н. П., Грибовский С. В. О требованиях к числу сопоставимых объектов при оценке недвижимости сравнительным подходом // Вопросы оценки. 2003. № 1; Сивец С. А. Статистические методы в оценке недвижимости и бизнеса : учебно-практическое пособие по статистике для оценщиков. Запорожье, 2001.

<sup>4</sup> Сивец С. А., Левыкина И. А. Эконометрическое моделирование в оценке недвижимости : учебно-практическое пособие для оценщиков. Запорожье : Полиграф, 2003.

*В-пятых*, должна отсутствовать какая-либо закономерность распределении остатков модели от расчетных значений стоимости и от факторов модели, так как именно случайность остатков является индикатором учета всех существенных факторов, влияющих на стоимость объектов, даже если значимость некоторых из них не подтверждена *t*-критерием Стьюдента. Кроме того, случайность остатков свидетельствует о получении на основе уравнения регрессии несмещенной оценки среднего значения стоимости объекта недвижимости.

*В-шестых*, адекватность построенной математической модели подтверждается средней ошибкой аппроксимации, значение которой не превышает 15 процентов<sup>5</sup>.

*В-седьмых*, адекватность построенной математической модели подтверждается узким доверительным интервалом неопределенности рыночной стоимости объектов.

Одним из первых вопросов, которые возникают при построении уравнения многофакторной регрессии, является определение необходимого числа аналогов при полученном числе выбранных ценообразующих факторов (при условии, что все аналоги относятся к одному сегменту рынка недвижимости, а ценообразующие факторы являются существенными).

Соотношение количества аналогов (наблюдений) и факторных признаков давно дискутируется в оценочном сообществе. В учебной и профессиональной оценочной литературе, а также на оценочных форумах эта проблема перманентно обсуждается многими специалистами.

Позиция авторов учебника «Основы оценочной деятельности»<sup>6</sup> по этому вопросу следующая: между числом аналогов и числом факторов должно быть простое соотношение:

$$(n + m) \leq (n - m)^2, \quad (1)$$

где  $n$  – число наблюдений (аналогов);

$m$  – число ценообразующих факторов (факторных признаков).

Легко убедиться, что выполнение этого соотношения в зависимости от числа учитываемых факторов  $m$  происходит при следующем минимальном числе аналогов  $n_{min}$ :

<b><math>m</math></b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b><math>n_{min}</math></b>	3	5	6	8	9	10	12	13	14	15

Для числа факторов  $m \geq 3$  минимальное число аналогов не превышает удвоенного числа факторов. Пожалуй, это самые «либеральные» из известных требований к минимальному числу аналогов.

Другие авторы<sup>7</sup> пишут о том, что количество аналогов должно в 5–6 раз превышать количество факторных признаков. Третьи, в том числе И.И. Елисеева<sup>8</sup>, считают, что указанное соотношение в эконометрических задачах должно быть 6–8 к 1.

Авторы монографии «Прикладной регрессионный анализ» Норман Дрейпер и Гарри

<sup>5</sup> Грибовский С. В., Сивец С. А., Левыкина И. А. Математические методы оценки стоимости имущества. М. : Маросейка : Книжная Линия, 2014.

<sup>6</sup> Кацман В. Е., Косорукова И. В., Родин А. Ю. Основы оценочной деятельности : учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Московская финансово-промышленная академия, 2010.

<sup>7</sup> Сивец С. А., Левыкина И. А. Эконометрическое моделирование в оценке недвижимости : учебно-практическое пособие для оценщиков. Запорожье : Полиграф, 2003; Эконометрика : учебник / под ред. доктора эконом. наук, проф. В. С. Мхитаряна. М. : Проспект, 2010.

<sup>8</sup> Статистика : учебник для вузов / под ред. И. И. Елисеевой. СПб. : Питер, 2010; Эконометрика : учебник / под ред. И. И. Елисеевой. М. : Финансы и статистика, 2001.

Смит говорят о том, что число наблюдений должно значительно, то есть в 5–10 раз, превосходить число переменных в уравнении, однако не указывают, для каких задач справедливы эти соотношения [6].

Нам наиболее близка точка зрения С.В. Грибовского, Н.П. Баринова, И.Н. Анисимовой, которые вывели следующую формулу расчета минимального количества аналогов для составления уравнения регрессии<sup>9</sup>. По их мнению, для получения представляющих практический интерес результатов моделирования цены (ставки аренды) оцениваемого объекта недвижимости методами множественной линейной регрессии по выборке рыночных данных о ценах (арендных ставках) его аналогов необходимо иметь в распоряжении как минимум  $n = 2(k + 2)$  аналогов оцениваемого объекта, где  $k$  – число учитываемых в модели факторов. Такой объем выборки достаточен при требуемом уровне коэффициента детерминации  $R^2 = 0,7$ . Если отличия в характеристиках объекта оценки и отобранных аналогах достаточно малы и модель хорошо специфицирована (коэффициент детерминации  $R^2 = 0,8$ ), то требуемый объем выборки может быть оценен значением  $n = 2(k + 1)$ .

Эти уравнения определены С.В. Грибовским, Н.П. Бариновым и И.Н. Анисимовой для следующих условий:

- 1) коэффициент детерминации  $R^2 \geq 0,7$ ;
- 2) расчетное значение  $F$ -критерия Фишера больше либо равно критическому значению при уровне значимости 0,05.

Таким образом, исследование наших коллег опирается на то, что уравнение регрессии будет значимо в целом, если  $F_{расч} \geq F_{крит}$  при коэффициенте детерминации от 0,7 и выше.

Мы продолжили работу С.В. Грибовского, Н.П. Баринова и И.Н. Анисимовой и рассчитали минимальное количество наблюдений (аналогов), необходимых для построения статистически значимого уравнения регрессии с целью определения стоимости объекта недвижимости при заданном количестве ценообразующих факторов.

Мы руководствовались следующими принципами:

- 1) уравнение регрессии будет значимо в целом только *при строгом неравенстве*  $F_{расч} > F_{крит}$ ;

2) анализировать только  $R^2$  недостаточно, так как он обладает рядом недостатков, а именно:

- $R^2$  всегда увеличивается с включением новой переменной – регрессора (без учета наличия фактической зависимости между переменными), но уменьшается число степеней свободы ( $n - m - 1$ );
- $R^2$  является смещенной оценкой истинного коэффициента детерминации;
- коэффициенты  $R^2$  в разных моделях (разной спецификации) с разным числом наблюдений (и переменных) *несравнимы*.

В связи с этим для вывода формулы минимального количества аналогов предлагаем ввести скорректированный коэффициент детерминации. Необходимость введения такого коэффициента диктуется тем, что при увеличении числа ценообразующих признаков обычный коэффициент детерминации практически всегда увеличивается, а число степеней свободы уменьшается ( $n - m - 1$ ). Для нейтрализации этого недостатка коэффициента детерминации вводится скорректированный коэффициент детерминации.

В разных источниках синонимами понятия «скорректированный коэффициент детерминации» являются:

<sup>9</sup> Анисимова И. Н., Баринов Н. П., Грибовский С. В. О требованиях к числу сопоставимых объектов при оценке недвижимости сравнительным подходом // Вопросы оценки. 2003. № 1; Материалы VII Поволжской научно-практической конференции «Математические методы и модели оценки имущества». URL: <http://www.appraiser.ru/UserFiles/File/Articles/barinov/brinov-06-2015.pdf>

- нормированный  $R^2$ ;
- адаптированный  $R^2$ ;
- поправленный  $R^2$ ;
- несмещенный  $R^2$ ;
- исправленный  $R^2$ .

Существуют несколько вариантов формулы расчета скорректированного коэффициента детерминации (математически все эти формулы выводятся одна из другой)<sup>10</sup>:

$$R_{корр}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-m-1}(1-R^2); \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R_{корр}^2 &= 1 - \frac{n-1}{n-m-1} \times (1-R^2) = 1 - \frac{n-1}{n-m-1} + \frac{R^2(n-1)}{n-m-1} = \frac{n-m-1}{n-m-1} - \frac{n-1}{n-m-1} + \\ &+ \frac{R^2(n-1)}{n-m-1} = \frac{n-m-1-n+1}{n-m-1} + \frac{R^2(n-1)}{n-m-1} = \frac{R^2(n-1)}{n-m-1} - \frac{m}{n-m-1} \times \frac{n-1}{n-1} = \\ &= \left( R^2 - \frac{m}{n-1} \right) \times \frac{n-1}{n-m-1}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$R_{корр}^2 = \left( R^2 - \frac{m}{n-1} \right) \times \frac{n-1}{n-m-1}. \quad (4)$$

Существует еще одна форма расчета скорректированного коэффициента детерминации, которая является производной выражений (2) и (4):

$$R_{корр}^2 = R^2 - \frac{m}{n-m-1} \times (1-R^2). \quad (5)$$

Последнее уравнение наиболее наглядно демонстрирует повышающий размер корректировки при увеличении числа факторных признаков (ценообразующих факторов).

Введенная корректировка всегда уменьшает значение  $R^2$ , так как  $(n-1) > (n-m-1)$ . В результате значение  $R_{корр}^2$  может быть даже отрицательным. Это означает, что величина коэффициента детерминации была близка к нулю до корректировки и объясняемая с помощью уравнения регрессии доля дисперсии переменной – стоимости объекта оценки очень мала.

Из уравнения  $R_{корр}^2$  очевидно, что  $R_{корр}^2 < R^2$  для  $m > 1$ . С ростом числа переменных (ценообразующих признаков) скорректированный коэффициент детерминации растет медленнее, чем обычный, то есть он корректируется в сторону уменьшения при добавлении объясняющих переменных. Доказано, что  $R_{корр}^2$  увеличивается при добавлении новой объясняющей переменной только тогда, когда  $t$ -статистка больше 1. Это свойство должно служить критерием при добавлении в модель новых объясняющих переменных.

Из нескольких вариантов регрессионных моделей предпочтение отдают той, которая обеспечивает получение несмещенной точечной оценки регрессионного среднего, обладает более узким доверительным интервалом или меньшей ошибкой аппроксимации при обеспечении значимости большинства учтенных моделью факторов.

По нашему опыту, минимально допустимое пороговое значение  $R_{корр}^2$  составляет 0,5. При

<sup>10</sup> Дж. Б. Абрамс. Количественная оценка бизнеса. Математический подход для современных профессионалов (Quantitative Business Valuation. A Mathematical Approach for Today's Professionals). Второе издание / пер. с англ. М.: Лаборатория Книги, 2014.

$R^2_{корр}$  ниже этого значения не имеет смысла анализировать полученное уравнение регрессии, так как оно в любом случае не удовлетворяет какому-либо критерию адекватности.

Таким образом, авторы настоящей статьи выдвигают гипотезу, что для вывода минимального количества аналогов в зависимости от числа факторных признаков необходимо одновременное соблюдение двух условий:

- 1)  $F$ -критерий расчетный  $>$   $F$ -критерия критического;
- 2)  $R^2_{корр} \geq 0,5$  для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ .

На практике точную границу приемлемости коэффициента детерминации указать сразу для всех случаев оценки невозможно. Нужно обязательно учитывать и объем выборки, и содержательную интерпретацию уравнения регрессии. При исследовании данных об однотипных объектах, полученных примерно в одно и то же время, когда не было существенных изменений в экономической и политической ситуации и, следовательно, не было резких скачков в ценах сделок и предложений, величина коэффициента детерминации, по нашим наблюдениям, находится в пределах от 0,65 до 0,9. Хотя изредка встречаются неплохие модели с коэффициентом детерминации чуть ниже 0,65. Из числа рассмотренных нами статистически значимых моделей примерно 80 процентов характеризуются коэффициентом детерминации от 0,65 до 0,9. Модели с более низким  $R^2$  требуют подбора слишком большого числа аналогов, что не отвечает принципу разумности, а модели с коэффициентом детерминации выше 0,9 реже встречаются в практике расчетов на основе многомерных моделей с более чем шестью факторными признаками.

Наш опыт в анализе и построении многофакторных математических моделей с целью определения стоимости объектов недвижимости показывает, что количество существенных ценообразующих факторов в основном не превышает шести, но если использовать бинарные переменные, то количество факторных признаков увеличивается на несколько единиц. В связи с этим в своем исследовании мы решили ограничить максимальное количество ценообразующих факторов, влияющих на стоимость объектов недвижимости, как  $m = 15$ .

Результат расчетов минимального количества аналогов при индивидуальной оценке, проведенных с учетом описанных условий, показан в таблице 1.

Таблица 1

*Минимальное количество аналогов при индивидуальной оценке ( $n$ ) (при  $R^2_{корр} \geq 0,5$  и  $F_{расч} > F_{крит}$  при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ ) для разного количества ценообразующих факторов (факторных признаков,  $m$ )*

Параметр	$R^2$								
	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,9	0,95	0,99
<b><math>m = 1</math></b>									
$n$	11	7	7	6	6	5	5	4	4
$R^2_{корр}$	0,5	0,520	0,580	0,625	0,688	0,733	0,867	0,925	0,985
<b><math>m = 2</math></b>									
$n$	21	11	9	8	8	7	6	6	5
$R^2_{корр}$	0,5	0,500	0,533	0,580	0,650	0,700	0,833	0,917	0,980
<b><math>m = 3</math></b>									
$n$	–	16	12	11	10	9	8	7	6
$R^2_{корр}$	–	0,500	0,519	0,571	0,625	0,680	0,825	0,900	0,975
<b><math>m = 4</math></b>									
$n$	–	21	15	13	12	11	9	8	7

Окончание таблицы 1

$R^2_{корр}$	–	0,500	0,510	0,550	0,607	0,667	0,800	0,883	0,970
<b><math>m = 5</math></b>									
$n$	–	26	18	14	13	12	10	9	8
$R^2_{корр}$	–	0,500	0,504	0,513	0,571	0,633	0,775	0,867	0,965
<b><math>m = 6</math></b>									
$n$	–	31	21	16	15	14	12	10	9
$R^2_{корр}$	–	0,500	0,500	0,500	0,563	0,629	0,780	0,850	0,960
<b><math>m = 7</math></b>									
$n$	–	–	25	19	17	15	13	12	10
$R^2_{корр}$	–	–	0,506	0,509	0,556	0,600	0,760	0,863	0,955
<b><math>m = 8</math></b>									
$n$	–	–	28	21	18	17	14	13	11
$R^2_{корр}$	–	–	0,503	0,500	0,528	0,600	0,740	0,850	0,950
<b><math>m = 9</math></b>									
$n$	–	–	31	24	20	18	15	14	12
$R^2_{корр}$	–	–	0,500	0,507	0,525	0,575	0,720	0,838	0,945
<b><math>m = 10</math></b>									
$n$	–	–	35	26	21	20	17	15	13
$R^2_{корр}$	–	–	0,504	0,500	0,500	0,578	0,733	0,825	0,940
<b><math>m = 11</math></b>									
$n$	–	–	38	29	23	21	18	16	15
$R^2_{корр}$	–	–	0,502	0,506	0,500	0,556	0,717	0,813	0,953
<b><math>m = 12</math></b>									
$n$	–	–	41	31	25	23	19	17	16
$R^2_{корр}$	–	–	0,500	0,500	0,500	0,560	0,700	0,800	0,950
<b><math>m = 13</math></b>									
$n$	–	–	45	34	27	24	20	19	17
$R^2_{корр}$	–	–	0,503	0,505	0,500	0,540	0,683	0,820	0,947
<b><math>m = 14</math></b>									
$n$	–	–	48	36	29	26	22	20	18
$R^2_{корр}$	–	–	0,502	0,500	0,500	0,546	0,700	0,810	0,943
<b><math>m = 15</math></b>									
$n$	–	–	51	39	31	27	23	21	19
$R^2_{корр}$	–	–	0,500	0,504	0,500	0,527	0,686	0,800	0,940

По нашему опыту оценщики и судебные эксперты (более 1 000 расчетных моделей, которые мы проанализировали) не используют больше 5–6 ценообразующих факторов при построении математических моделей. Для целей индивидуальной оценки (см. табл. 1) минимальное количество аналогов для получения статистически значимого уравнения регрессии при соблюдении других условий получения адекватной модели расчета стоимости объектов недвижимости для количества ценообразующих факторов от одного до десяти ( $1 \leq m \leq 10$ ) при  $R^2 = 0,99$  (нормированный  $R^2$  – от 0,94 до 0,985) рассчитывается по формуле  $n = m + 3$  (число степеней свободы ( $n - m - 1$ ) должно быть  $\geq 2$ ). Таким образом, и для однофакторной модели, и для моделей с числом факторных признаков больше 6 (до 10 включительно) достаточно количество аналогов, всего на 3 единицы превышающее число ценообразующих факторов. Для моделей с числом факторных признаков от 11 до 15 ( $11 \leq m \leq 15$ ) формула принимает вид:  $n = m + 4$ .

Формула  $n = m + 4$  также отвечает требованию минимального количества аналогов при более реалистичных значениях  $R^2 = 0,95$  (и  $R^2_{норм}$  от 0,85 до 0,917) для моделей с числом



факторных признаков от двух до шести включительно ( $2 \leq m \leq 6$ ).

Если же  $R^2$  снизится до 0,8 (и  $R_{норм}^2$  от 0,629 до 0,7), то формула минимального количества требуемых аналогов для  $m$  от 2 до 6 принимает вид:  $n = 2m + 3 = 2(m + 1) + 1$ .

Это соотношение лишь не единицу отличается от соотношения, полученного ранее коллегами<sup>11</sup>.

Следует отметить, что низкое значение  $R^2$  не свидетельствует о низком качестве модели и может объясняться наличием повторяющихся значений влияющих факторов, а также воздействием факторов, не связанных со свойствами объектов и не включаемых в модель.

Таблица 2

Минимально необходимое количество аналогов ( $n$ ) при массовой кадастровой оценке объектов недвижимости (при  $R_{корр}^2 \geq 0,5$ ) для различного количества ценообразующих факторов (факторных признаков,  $m$ )

$R^2$					Значение $n$	
0,65	0,7	0,75	0,8	0,9	среднее	среднее округленно <sup>12</sup>
<b><math>m = 1</math></b>						
7	6	6	5	5	5,8	<b>6</b>
<b><math>m = 2</math></b>						
9	8	8	7	6	7,6	<b>8</b>
<b><math>m = 3</math></b>						
12	11	10	9	8	10,0	<b>10</b>
<b><math>m = 4</math></b>						
15	13	12	11	9	12,0	<b>12</b>
<b><math>m = 5</math></b>						
18	14	13	12	10	13,4	<b>14</b>
<b><math>m = 6</math></b>						
21	16	15	14	12	15,6	<b>16</b>
<b><math>m = 7</math></b>						
25	19	17	15	13	17,8	<b>18</b>
<b><math>m = 8</math></b>						
28	21	18	17	14	19,6	<b>20</b>
<b><math>m = 9</math></b>						
31	24	20	18	15	21,6	<b>22</b>
<b><math>m = 10</math></b>						
35	26	21	20	17	23,8	<b>24</b>
<b><math>m = 11</math></b>						
38	29	23	21	18	25,8	<b>26</b>
<b><math>m = 12</math></b>						
41	31	25	23	19	27,8	<b>28</b>
<b><math>m = 13</math></b>						
45	34	27	24	20	30,0	<b>30</b>
<b><math>m = 14</math></b>						
48	36	29	26	22	32,2	<b>32</b>
<b><math>m = 15</math></b>						
51	39	31	27	23	34,2	<b>34</b>

Выборки меньшего размера с положительным числом степеней свободы допустимы, если результат получается на статистически значимом уровне доверия.

Результат расчета необходимого количества аналогов при массовой кадастровой оценке объектов недвижимости представлен в таблице 2.

При массовой кадастровой оценке ввиду большей погрешности ее результатов относительно индивидуальной оценки мы предлагаем ввести в качестве минимального *среднее значение* необходимого количества аналогов для наиболее часто встречающегося коэффициента детерминации 0,65–0,9 (то есть от 65 до 90 процентов вариации результирующего показателя стоимости объекта недвижимости объясняется вариацией включенных в модель факторных признаков). При этом нормированный  $R^2$  для всех полученных значений  $n$  изменяется от 0,533 до 0,833,  $F_{расч}$  строго больше  $F_{крит}$ . Тогда минимально допустимое число аналогов для построения статистически значимого уравнения регрессии при массовой кадастровой оценке будет описываться следующей формулой (при уровне статистической значимости  $\alpha = 0,05$ ):  $n = 6 + 2(m - 1)$ .

Иными словами, на каждый новый факторный признак (ценообразующий фактор) требуется минимум 2 дополнительных аналога (наблюдения) для соблюдения условия значимости математической модели.

<sup>11</sup> См.: Анисимова И. Н., Баринов Н. П., Грибовский С. В. О требованиях к числу сопоставимых объектов при оценке недвижимости сравнительным подходом // Вопросы оценки. 2003. № 1.

<sup>12</sup> Округление до ближайшего четного целого.

Мы предлагаем заложить это условие в программное обеспечение, на основе которого проводятся расчеты кадастровой стоимости объектов недвижимости.

*Авторы выражают признательность Н.П. Баринову за конструктивное обсуждение материалов статьи и ценные предложения, способствовавшие улучшению ее содержания.*

#### ЛИТЕРАТУРА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Об оценочной деятельности в Российской Федерации : Федеральный закон от 29 июля 1998 года № 135-ФЗ : в редакции Федерального закона от 21 июля 2014 года № 225-ФЗ.

2. Об утверждении Федерального стандарта оценки «Оценка недвижимости (ФСО № 7)» : приказ Министерства экономического развития Российской Федерации от 25 сентября 2014 года № 611.

3. Анисимова И. Н., Баринов Н. П., Грибовский С. В. О требованиях к числу сопоставимых объектов при оценке недвижимости сравнительным подходом // Вопросы оценки. 2003. № 1.

4. Грибовский С. В., Сивец С. А., Левыкина И. А. Математические методы оценки стоимости имущества. М. : Маросейка ; Книжная Линия, 2014.

5. Дж. Б. Абрамс. Количественная оценка бизнеса. Математический подход для современных профессионалов (Quantitative Business Valuation. A Mathematical Approach for Today's Professionals). Второе издание / пер. с англ. М. : Лаборатория Книги, 2014.

6. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ : в 2-х кн. Кн.1 / пер. с англ. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика. Серия: Математико-статистические методы за рубежом. 1986.

7. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ : в 2-х кн. Кн. 2 / пер. с англ. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика. Серия: Математико-статистические методы за рубежом, 1987.

8. Закс Л. Статистическое оценивание. М. : Статистика. Серия: Зарубежные статистические исследования (теория и методы), 1976.

9. Кацман В. Е., Косорукова И. В., Родин А. Ю. Основы оценочной деятельности : учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Московская финансово-промышленная академия, 2010.

10. Сивец С. А. Статистические методы в оценке недвижимости и бизнеса : учебно-практическое пособие по статистике для оценщиков. Запорожье, 2001.

11. Сивец С. А., Левыкина И. А. Эконометрическое моделирование в оценке недвижимости : учебно-практическое пособие для оценщиков. Запорожье : Полиграф, 2003.

12. Статистика : учебник для вузов / под ред. И. И. Елисеевой. СПб. : Питер, 2010.

13. Теория статистики / под ред. Р. А. Шмойловой. М. : Финансы и статистика, 1998.

14. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. Руководство для экономистов / пер. с нем. М. : Финансы и статистика, 1983.

15. Эконометрика : учебник / под ред. доктора эконом. наук, проф. В. С. Мхитаряна. М. : Проспект, 2010.

16. Эконометрика : учебник / под ред. И. И. Елисеевой. М. : Финансы и статистика, 2001.

17. Колвелл П. Ф., Хеллер Д. А., Трефзгер Д. В. Экспертные свидетельства: регрессионный анализ и другие систематические методы // Вопросы оценки. 2014. № 03 (77).

18. Материалы VII Поволжской научно-практической конференции «Математические методы и модели оценки имущества», проходившей 6–7 июня 2014 года в городе Нижнем Новгороде. URL: <http://www.appraiser.ru/UserFiles/File/Articles/barinov/brinov-06-2015.pdf>